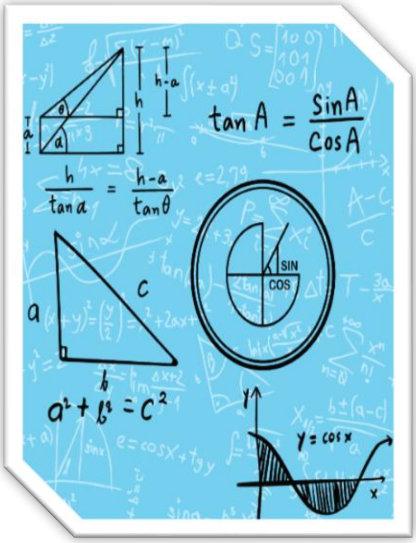
TÉMA: TRIGONOMETRIA

TANTÁRGY: MATEMATIKA

SZINT/KOR: 15 ÉVESEK

ELŐZETES ISMERETEK: 30, 45 és 60 fokos szögek szögfüggvényei

HOSSZÚSÁG: 6 OLDAL (IDŐTARTAM: 110 PERC)



TANULÁSI CÉLOK

A lecke végén a tanulók tudni fogják:

- Egy derékszögű háromszög hiányzó oldalának számítás nélküli meghatározását.
- Hogyan jelöljük meg a háromszög oldalait, és hogyan válasszuk ki a megfelelő arányt a szinusz, a koszinusz és az átfogó alapján.
- Hogyan számítsuk ki egy derékszögű háromszög oldalát, ha adott egy oldal és egy szög.
- Hogyan használjuk a trigonometriát derékszögű háromszögekben megfogalmazott feladatok megoldására.

TANíTÁSI MÓDSZEREK

Előadás, prezentációk (diák), csoportmunka.

ESZKÖZÖK

Pitagorasz-tétel diák

Canva (képek létrehozásához)

Diák: *"The practical use of trigonometry : The Egyptian pyramids"* (Chin): Prezi.com

Az Európai Unió társfinanszírozásával

Az Európai Bizottság által e kiadvány elkészítéséhez nyújtott támogatás nem jelenti a tartalom jóváhagyását, amely kizárólag a szerzők véleményét tükrözi, és a Bizottság nem tehető felelőssé a benne foglalt információk bármilyen felhasználásáért.

TEVÉKENYSÉGEK

BEVEZETÉS (7 PERC)

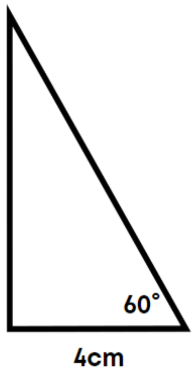
Miért fontos a trigonometria?

A tanár elmagyarázza, hogy a trigonometria egyik felhasználási területe a magasságok, például a háromszögek oldalainak vagy az épületek magasságának mérése. Már az ókorban is, amikor az emberek nem rendelkeztek a modern kor technológiájával és eszközeivel, sikerült csodálatos építményeket építeniük a kezdetleges matematikai, geometriai és trigonometriai módszerek segítségével. Erre szolgálnak példaként a piramisok. Az ókori egyiptomiaknak a trigonometria egy kezdetleges formáját alkalmazva sikerült a piramis minden háromszög alakú oldalát egyformává tenniük, ami stabil és szilárd építményt eredményezett. Releváns dia: *"The practical use of trigonometry : The Egyptian pyramids"* (Chin) on Prezi.com

ELMÉLETI RÉSZ (45 PERC)

Oldal megállapítása számítások nélkül

Tegyük fel, hogy van egy derékszögű háromszögünk; a legrövidebb oldal 4 cm hosszú, és az oldal és a átfogó közötti szög 60°. Hogyan tudnánk kiszámítani az átfogó hosszát?



Talán a Pitagorasz-tételt használhatnánk, de természetesen a Pitagorasz-tétel csak akkor hasznos, ha már ismerjük a két oldal hosszát. Készíthetnénk egy méretarányos rajzot. Ez jó módszer lenne az átfogó hosszának kiszámítására, de a rajzolás és a mérés pontossága korlátozza ezt a módszert.

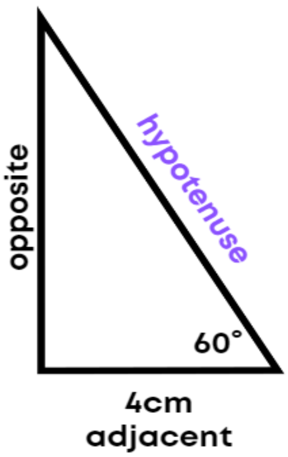
A trigonometria módot kínál arra, hogy megtaláljuk egy derékszögű háromszög hiányzó oldalát, ha csak az egyik oldal hosszát és az egyik szög (a derékszögtől eltérő) méretét ismerjük.

Az Európai Unió társfinanszírozásával

Az Európai Bizottság által e kiadvány elkészítéséhez nyújtott támogatás nem jelenti a tartalom jóváhagyását, amely kizárólag a szerzők véleményét tükrözi, és a Bizottság nem tehető felelőssé a benne foglalt információk bármilyen felhasználásáért.

Kezdjük az előző feladatban szereplő háromszöggel, és számítsuk ki a átfogó hosszát. Már van egy elképzelésünk arról, hogy mi legyen a válaszunk.

Az első feladat az oldalak feliratozása: **átfogó**, a **szögel szemben oldalak** és **szög melletti oldalak**.



Az **átfogó (hypotenuse)** mindig a leghosszabb oldal (és a derékszöggel szemben); először ezt jelöljük meg.

A másik kettő feliratozásához azt kell elképzelnünk, hogy 60°-os szögből nézzük. A **szög melletti oldalak (adjacent)** az az oldal, amely nem az átfogó, hanem csatlakozik az ismert szöghöz.

A **szögel szemben oldalak (opposite)** a fennmaradó oldal; az, amelyik nem kapcsolódik az ismert szöghöz, és ezért vele szemben van.

S –el jelöljöuk a szög szinuszát, rövidítése sin (sine).

C -vel jelöljöuk a szög koszinuszát,ennek rövidítése cos (cosine).

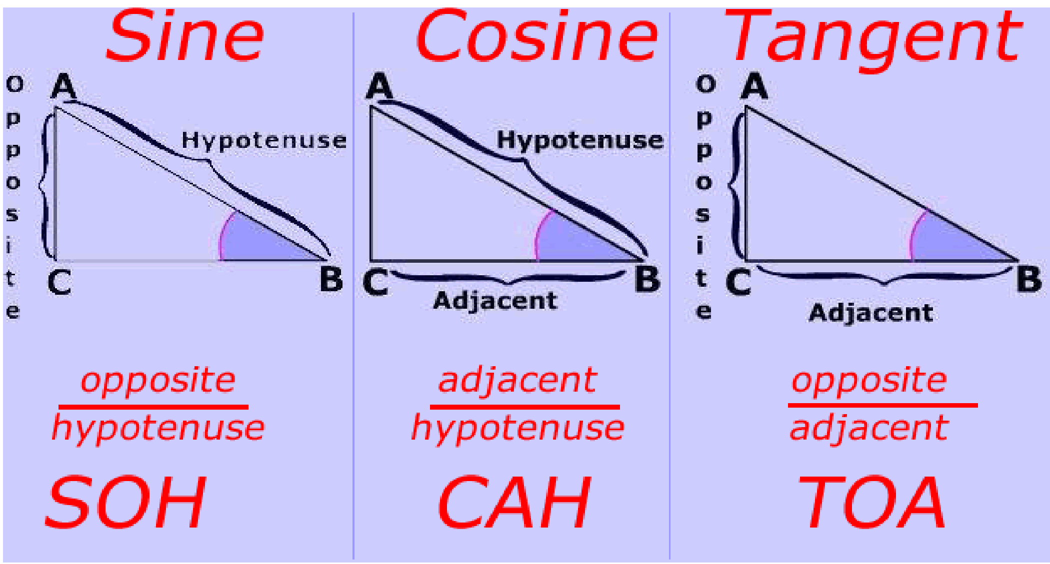
T - vel jelöljük a szög tangensét, rövidítése tan (tangent).

O -val jelüljük a szöggel szembenfekvő befogót (opposite).

H -val jelöljük az átfogót (hypotenuse).

A -val jelüljük a szög melletti befogót (adjacent).

Ezt így írjuk le:

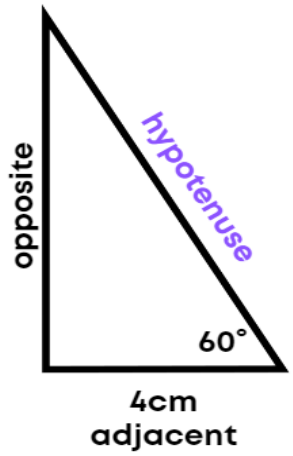


A fentieket a következő képletekben foglalhatjuk össze:

$$\boldsymbol{S} = \frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{H}} \;\; vagy \;\; \boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{S}} \;\; vagy \;\; \boldsymbol{O} = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{S} \; (1)$$

$$\boldsymbol{C} = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{H}} \; vagy \; \boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{A}}{\boldsymbol{C}} \; vagy \; \boldsymbol{A} = \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{C} \; (2)$$

$$\boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{A}} \; vagy \; \boldsymbol{A} = \frac{\boldsymbol{O}}{\boldsymbol{T}} \; vagy \; \boldsymbol{O} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{T} \; (3)$$



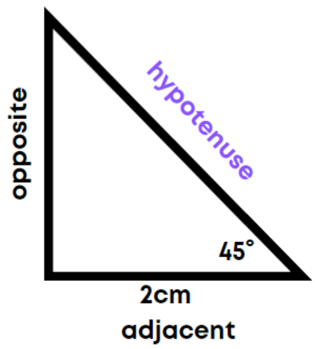
Tehát, visszatérve a háromszögünkhöz, ki akarjuk számítani az átfogót.

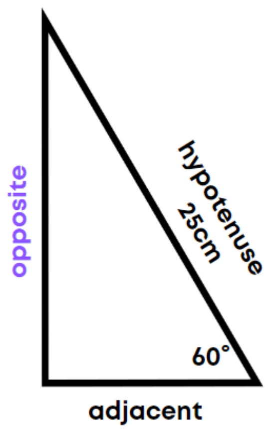
Ismerjük a szöget és a szög melletti befogó hosszát. Az ezeket az oldalakat összekötő trigonometrikus szám a szög koszinusza. Ez azt jelenti, hogy a második képletet fogjuk használni az átfogó hosszának kiszámításához.

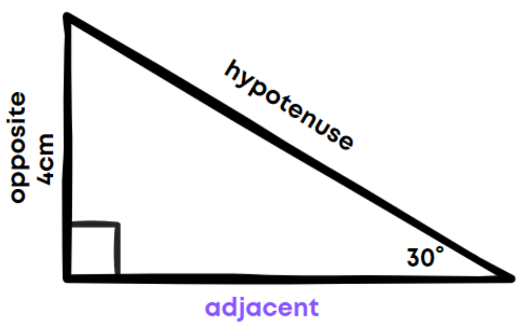
$$H = \frac{A}{C} = \frac{4}{cos60°} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = 8cm$$

PRAKTIKAI RÉSZ (30 PERC)

A tanulók párban dolgoznak, hogy kiszámítsák a következő háromszögek hiányzó oldalait (lila). Ezután a párok közül hárman bemutatnak egy-egy megoldást az osztályteremben.



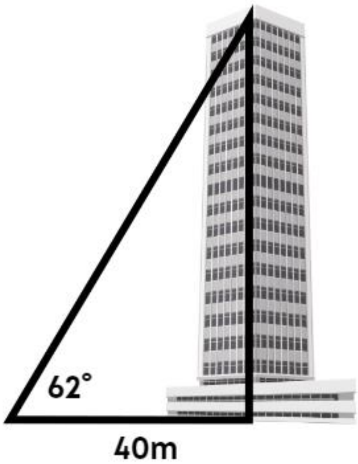




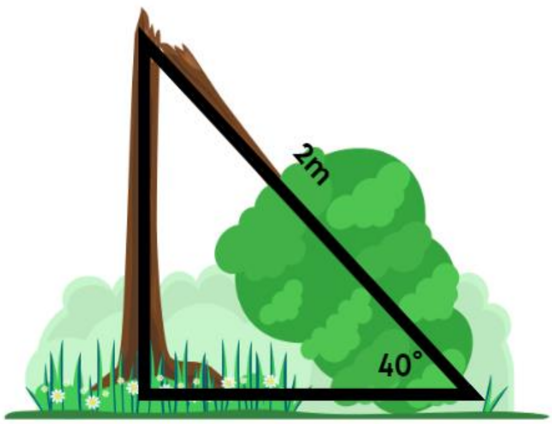
GYAKORLATOK (20 PERC)

Ehhez a szakaszhoz a tanulók megkapják a trigonometrikus számokat tartalmazó táblázatot minden szöghöz.

Mekkora a felhőkarcoló magassága?



Milyen magas volt a fa a törés előtt?



KÖVETKEZTÉS (5 PERC)

Ez a lecke megtanítja a tanulóknak, hogy a trigonometria segítségével meghatározzák egy derékszögű háromszög egyik oldalának hosszát. A leckén keresztül felfedezzük a trigonometria fontosságát, mivel ki tudjuk számítani egy oldal hosszát, ha csak egy másik oldal hosszát és egy szöget (a derékszög mellett) ismerünk, amit a klasszikus geometriával vagy Pitagorasz tételének használatával nem tudunk megtenni.

Az Európai Unió társfinanszírozásával

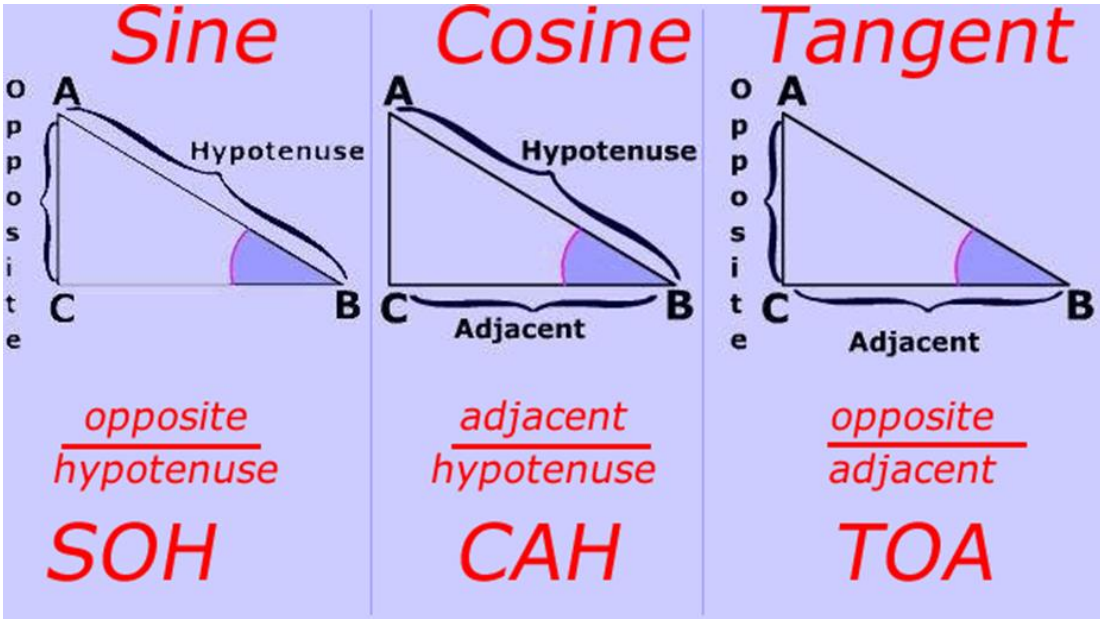
Az Európai Bizottság által e kiadvány elkészítéséhez nyújtott támogatás nem jelenti a tartalom jóváhagyását, amely kizárólag a szerzők véleményét tükrözi, és a Bizottság nem tehető felelőssé a benne foglalt információk bármilyen felhasználásáért.

SZINTÉZIS / ÖSSZEFOGLALÓ (5 PERC)

Sine = szinusz **C**osine = koszinusz **T**angent = tangens

Opposite = szögel szemben oldalak **A**djacent = szög melletti oldalak

Hypotenuse = átfogó



$$\boldsymbol{S = \frac{O}{H}\ vagy\ H = \frac{O}{S}\ vagy\ O = H \cdot S}\ (1)$$

$$\boldsymbol{C = \frac{A}{H}\ vagy\ H = \frac{A}{C}\ vagy\ A = H \cdot C}\ (2)$$

$$\boldsymbol{T = \frac{O}{A}\ vagy\ A = \frac{O}{T}\ vagy\ O = A \cdot T}\ (3)$$

BIBLIOGRÁFIA & ERŐFORRÁSOK

Chin, c. (n.d.). *The practical use of trigonometry : the egyptian pyramids*. Prezi.com. [Https://prezi.com/zjzzoin60tle/the-practical-use-of-trigonometry-the-egyptian-pyramids/](https://prezi.com/zjzzoin60tle/the-practical-use-of-trigonometry-the-egyptian-pyramids/)

Az Európai Unió társfinanszírozásával

Az Európai Bizottság által e kiadvány elkészítéséhez nyújtott támogatás nem jelenti a tartalom jóváhagyását, amely kizárólag a szerzők véleményét tükrözi, és a Bizottság nem tehető felelőssé a benne foglalt információk bármilyen felhasználásáért.